**ВАЗОРАТИ МАОРИФ ВА ИЛМИ ҶУМҲУРИИ ТОҶИКИСТОН**

**МДТ “ДОНИШГОҲИ ДАВЛАТИИ ХУҶАНД**

**БА НОМИ АКАДЕМИК БОБОҶОН ҒАФУРОВ”**

**ФАКУЛТЕТИ МАТЕМАТИКА**

**КАФЕДРАИ МАТЕМАТИКАИ ОЛӢ ВА АМАЛӢ**

“Ба ҳимоя роҳ дода шавад”

Мудири кафедра

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Дадоҷонова М.Ё.

“\_\_\_\_\_”\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2024

РИСОЛАИ ХАТМИ ТАХАССУСӢ

НАЗАРИЯИ МАЙДОНҲО ВА ТАТБИҚҲОИ ОН

Донишҷӯи ихтисоси математикаи амалӣ: \_\_\_\_\_\_\_

Роҳбари рисолаи хатм: н.и.п., муаллими калон Қаҳорова С.Х.

Муқарриз: муаллими калон Туйчиев А.

Нозири меъёр: муаллими калон Очилова М.А.

**ХУҶАНД – 2024**

**ВАЗОРАТИ МАОРИФ ВА ИЛМИ ҶУМҲУРИИ ТОҶИКИСТОН**

**МДТ “ДОНИШГОҲИ ДАВЛАТИИ ХУҶАНД**

**БА НОМИ АКАДЕМИК БОБОҶОН ҒАФУРОВ”**

**ФАКУЛТЕТИ МАТЕМАТИКА**

**КАФЕДРАИ МАТЕМАТИКАИ ОЛӢ ВА АМАЛӢ**

“Тасдиқ мекунам”

Мудири кафедра

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Дадоҷонова М.Ё.

“\_\_\_\_\_”\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2024

СУПОРИШ

барои иҷрои рисолаи хатми тахассусӣ

Ба донишҷӯи ихтисоси 1-31 03 03 02– \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Мавзӯъ: НАЗАРИЯИ МАЙДОНҲО ВА ТАТБИҚҲОИ ОН

Бо фармоиши №3437 аз 31 – уми октябри соли 2023 тасдиқ шудааст.

Муҳлати супоридани рисолаи хатми тахассусӣ « » соли 2024.

1. Мундариҷаи рисолаи хатми тахассусӣ

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | Номгӯи қисмҳо | Ҳаҷм бо % | Муҳлати иҷроиш |
| 1 | Шарҳи мухтасар (бо забонҳои тоҷикӣ, русӣ, англисӣ) | 4,5% |  |
| 2 | Сарсухан | 6,9% |  |
| 3 | Боби 1. | 27,3% |  |
| 4 | Боби 2. | 15,9% |  |
| 5 | Боби 3. | 29,5% |  |
| 6 | Хулоса | 4,5% |  |
| 7 | Рӯйхати адабиётҳои истифодашуда | 4,5% |  |
| 8 | Ороиши рисолаи тахассусии хатм | 6,9% |  |

1. Номгӯи маводҳои графикӣ
2. Нишондодҳои иловагӣ

Фоизбандӣ

Марҳилаи фоизбандӣ Мӯҳлати фоизбандӣ

Фоизбандии якум

Фоизбандии дуюм

Фоизбандии сеюм

Фоизбандии чорум

**Мундариҷа**

МУҚАДДИМА..............................................................................................6

**Боби I. Асосҳои назарияи майдон, майдонҳои скалярӣ ва градиентҳо.........9**

* 1. Таърифи майдон ва расмисозии математикии он ва майдони скалярӣ..................................................................................................9
  2. Ҳосила аз рӯи самт. Маънои физикавӣ ва геометрии градиент......13
  3. Оператори Ҳамилтон .........................................................................18

**Боби II. Майдони векторӣ ва татбиқи онҳо...............................................21**

**2.1.** Майдони векторӣ ва хатҳои векторӣ....................................................21

2.2. Ҷараён ва дивергенсияи майдони векторӣ...........................................23

**Боби III. Майдонҳои потенсиалӣ ва гармоникӣ..........................................28**

3.1. Гардиш ва ротори майдони векторӣ. Формулаи Стокс......................28

3.2. Майдони потенсиалӣ ва гармоникӣ.....................................................30

3.3. Намунаи ҳалли мисолҳо оид ба назарияи майдонҳо..........................34

**Хулoса**...........................................................................................................41

ФЕҲРИСТИ АДАБИЁТ..............................................................................43

# **Шарҳи мухтасар (бо забони тоҷикӣ)**

Назарияи майдон - як бахши калони физика, механика, математика мебошад, ки дар он майдонҳои скалярӣ, векторӣ ва тензорӣ омӯхта мешаванд. Бисьёр масъалаҳои физика, электротехника, математика, механика ва дигар фанҳои техникӣ ба баррасии майдонҳои скалярӣ ва векторӣ оварда мерасонанд. Омӯзиши баъзе соҳаҳои физикӣ ба омӯзиши дигар соҳаҳо мусоидат мекунад. Масалан, қувваҳои ҷозибаи умумиҷаҳонӣ, қувваҳои магнитӣ, электрикӣ — ҳамаи онҳо мутаносибан ба квадрати масофа аз манбаи худ баръакс тағйир меёбанд; дифузия дар маҳлулҳо мувофиқи қонунҳои умумӣ бо паҳншавии гармӣ дар муҳити гуногун ба амал меояд; намуди хатҳои магнитии қувва ба тасвири ҷараёнҳои моеъ дар атрофи монеаҳо ва ғайра шабоҳат доранд.

Асоси математикии назарияи майдон чунин мафҳумҳо ба монанди градиент, ҷараён, потенсиал, дивергенсия, ротор, гардиш ва ғайра мебошанд. Ин мафҳумҳо дар азхудкунии ғояҳои асосии таҳлили математикии функсияҳои бисёртағирёбанда низ муҳиманд.

# **Краткое описание (на русском языке)**

Теория поля – это большой раздел физики, механики, математики, где изучаются скалярные, векторные и тензорные поля. Многие задачи физики, электротехники, математики, механики и других технических предметов приводят к рассмотрению скалярных и векторных полей. Изучение одних физических полей способствует изучению других полей. Например, силы всемирного тяготения, магнитные силы, электричество — все они изменяются обратно пропорционально квадрату расстояния от их источника; Диффузия в растворах происходит по общим законам с распространением тепла в различных средах, появление магнитных силовых линий аналогично изображению обтекания препятствий жидкостью и т. д. - Математической основой теории поля являются такие понятия, как градиент, поток, потенциал, дивергенция, ротор, вращение и т. д. Эти понятия важны также для усвоения основных идей математического анализа функций многих переменных.

# **Brief description (in English)**

Field theory is a large branch of physics, mechanics, mathematics, where scalar, vector and tensor fields are studied. Many problems of physics, electrical engineering, mathematics, mechanics and other technical subjects lead to consideration of scalar and vector fields. The study of some physical fields contributes to the study of other fields. For example, universal gravitation forces, magnetic forces, electricity - all of them change inversely in proportion to the square of the distance from their source; Diffusion in solutions occurs according to general laws with the spread of heat in different mediums, the appearance of magnetic lines of force are similar to the image of fluid flows around obstacles, etc. - The mathematical basis of field theory is such concepts as gradient, flow, potential, divergence, rotor, rotation, etc. These concepts are also important in mastering the basic ideas of mathematical analysis of multivariable functions.

**Муқаддима**

**Гузориши масъала.** Назарияи майдонҳо як соҳаи бунёдии математика ва физикаи муосир мебошад, ки рафтори майдонҳоро дар фазо ва вақт меомӯзад. Майдонҳо метавонанд, табиати гуногун дошта бошанд: аз электромагнитӣ ва гравитатсионӣ то майдони зарраҳои хурд.

Эволюцияи назарияи майдон. Идеяҳои назарияи майдон аз асарҳои Архимед ва Арасту, ки аввалин шуда мафҳуми майдонро пешниҳод кардаанд, сар карда, решаҳои кадим доранд. Бо вуҷуди ин, таҳияи муосири назарияи майдон дар асри XIX бо рушди электродинамика ва магнитизм оғоз ёфт. Як нуқтаи муҳими рушди назарияи майдон ин умумисозии Нютон ба майдони вектории қутбӣ ва фарзияи мавҷудияти майдони электромагнитӣ буд.

Пешрафти минбаъда дар назарияи майдон бо таҳияи назарияи умумии нисбият аз ҷониби Эйнштейн алоқаманд буд, ки майдони ҷозибаро ҳамчун каҷшавии фазо-вақт тавсиф мекунад. Пас аз он рушди механикаи квантӣ ба вуҷуд омад, ки боиси эҷоди назарияи майдони квантӣ гардид, ки таъсири мутақобилаи зарраҳои элементариро тавассути мубодилаи квантҳо тавсиф мекунад.

Дар рисолаи хатм асосан назарияи майдонҳо ва татбиқҳои он дида баромада шудааст.

**Муњимияти мавзўи кори илмї.** Дар рисолаи хатми мазкур мо, **асосҳои** назарияи майдон, майдонҳои скалярӣ ва градиентҳо, таърифи майдон ва расмисозии математикии он ва майдони скалярӣ, ҳосила аз рӯи самт, маънои физикавӣ ва геометрии градиент, оператори Ҳамилтон, майдони векторӣ ва татбиқи онҳо, майдони векторӣ ва хатҳои векторӣ, ҷараён ва дивергенсияи майдони векторӣ, майдонҳои потенсиалӣ ва гармоникӣ, гардиш ва ротори майдони векторӣ, формулаи Стокс, майдони потенсиалӣ ва гармоникӣ, намунаи ҳалли мисолҳо оид ба назарияи майдонҳо дида баромада шудааст.

**Маќсад ва њадафњои пажўхиш.** Омӯзиши назарияи майдонҳо ва татбиқҳои он

Барои расидан ба маќсади гузошташуда њалли якчанд мушкилот зарур аст.

**-**Омўзиши мавод оид ба мавзўи«**Асосҳои назарияи майдон, майдонҳои скалярӣ ва градиентҳо**»

-Дида баромадани **т**аърифи майдон ва расмисозии математикии он ва майдони скалярӣ,ҳосила аз рӯи самт, маънои физикавӣ ва геометрии градиент, оператори Ҳамилтон

-Омӯзиши мавод оид ба мавзӯи **«Майдони векторӣ ва татбиқи онҳо**»

-Дида баромадани **м**айдони векторӣ ва хатҳои векторӣ, ҷараён ва дивергенсияи майдони векторӣ

-Омӯзиши мавод оид ба мавзӯи **«Майдонҳои потенсиалӣ ва гармоникӣ**»

-Дида баромадани гардиш ва ротори майдони векторӣ, формулаи Стокс, майдони потенсиалӣ ва гармоникӣ, намунаи ҳалли мисолҳо оид ба назарияи майдонҳо

**Навгонињо-**мисолҳои конкретӣ оид назарияи майдонҳо нишон дода шудааст.

**Методњои омўзиши кори илмї**-Дар рисолаи хатм маълумот дар бораи асосҳои назарияи майдон, майдонҳои скалярӣ ва градиентҳо, таърифи майдон ва расмисозии математикии он ва майдони скалярӣ, ҳосила аз рӯи самт, маънои физикавӣ ва геометрии градиент, оператори Ҳамилтон, майдони векторӣ ва татбиқи онҳо, майдони векторӣ ва хатҳои векторӣ, ҷараён ва дивергенсияи майдони векторӣ, майдонҳои потенсиалӣ ва гармоникӣ, гардиш ва ротори майдони векторӣ. Формулаи Стокс, майдони потенсиалӣ ва гармоникӣ, намунаи ҳалли мисолҳо оид ба назарияи майдонҳо оварда шуда, мавриди омўзиш ќарор мегирад.

**Сохтори рисолаи хатм-** рисолаи хатми мазкур аз се боб, ҳашт параграф, 20 номгўи фењристи адабиёт иборат буда ва ба миќдори 44 сањифаи чопи компютериро ташкил медињад.

Боби якуми мавзўъ «Асосҳои назарияи майдон, майдонҳои скалярӣ ва градиентҳо»-ро ба мо кушода медињад. Боби мазкур дар навбати худ аз се параграф иборат мебошад. Дар параграфњои ин боби додашуда маълумоти мухтасар дар бораи таърифи майдон ва расмисозии математикии он ва майдони скалярӣ, ҳосила аз рӯи самт, маънои физикавӣ ва геометрии градиент, оператори Ҳамилтон маълумоти муфассал оварда шудааст.

Боби дуюми мавзўи рисолаи хатм дар бораи «Майдони векторӣ ва татбиқи онҳо» ба мо маълумот медињад. Ин боб аз ду параграф иборат буда, дар параграфи якуми њамин боб дар бораи майдони векторӣ ва хатҳои векторӣ маълумот дода шудааст. Дар параграфи дуюми њамин боб дар бораи ҷараён ва дивергенсияи майдони векторӣ маълумот оварда шуда, мавриди омўзиш ќарор мегирад.

Боби сеюми мавзўи рисолаи хатм дар бораи «Майдонҳои потенсиалӣ ва гармоникӣ» ба мо маълумот медињад. Ин боб аз се параграф иборат буда, дар параграфи якуми њамин боб дар бораи гардиш ва ротори майдони векторӣ, формулаи Стокс маълумот дода шудааст. Дар параграфи дуюми њамин боб дар бораи майдони потенсиалӣ ва гармоникӣ маълумоти мухтасар оварда шудааст. Дар параграфи сеюм бошад дар бораи назарияи майдонҳо мисолҳо оварда шудааст.

Кори додашуда метавонад барои ҳамаи донишљўёни муассисаҳои таҳсилоти олии касбї муфид мебошад, хусусан барои шахсоне, ки маълумоти бештар доир ба мавзўи “Назарияи майдонҳо ва татбиқҳои он” гирифтанї бошанд.

**БОБИ I . АСОСҲОИ НАЗАРИЯИ МАЙДОН, МАЙДОНҲОИ СКАЛЯРӢ ВА ГРАДИЕНТҲО**

Дар ин боб мо ба асосҳои назарияи майдон, ки дар математика нақши муҳим дорад ва дар соҳаҳои гуногун татбиқи васеъ дорад, шинос мешавем. Биёед аз муайян кардани майдон ва ба расмият даровардани математикии он оғоз кунем.

* 1. **Таърифи майдон ва расмисозии математикии он ва майдони скалярӣ**

Майдон дар алгебра — маҷмӯъест, ки барои элементҳои он амалҳои ҷамъкунӣ, тарҳкунӣ, зарб ва тақсим (ба истиснои тақсимшавӣ ба сифр) муайян карда мешаванд. Хусусиятҳои ин амалҳо ба хосиятҳои амалиёти муқаррарии ададӣ наздиканд. Соддатарин майдон майдони ададҳои ратсионалӣ (касрӣ) мебошад. Элементҳои майдон танҳо рақамҳо нестанд, аз ин рӯ, гарчанде ки номҳои амалиёти майдонҳо аз арифметика гирифта шуда бошанд ҳам таърифҳои амалҳо метавонанд аз арифметикӣ дур бошанд.

Ба таври расмӣ, майдон ин — алгебра оид ба маҷмӯъҳо мебошад. Назарияи майдон дар соҳаҳои гуногуни математика аз ҷумла дар алгебраи хаттӣ, геометрияи алгебравӣ, назарияи ададҳо васеъ татбиқ мешавад. Ҳамин тариқ, фаҳмидани асосҳои назарияи майдон як қадами муҳим барои омӯзиши амиқтари математика ва татбиқи он мебошад**.**

Назарияи майдон - як бахши калони физика, механика, математика мебошад, ки дар он майдонҳои скалярӣ, векторӣ ва тензорӣ омӯхта мешаванд. Бисьёр масъалаҳои физика, электротехника, математика, механика ва дигар фанҳои техникӣ ба баррасии майдонҳои скалярӣ ва векторӣ оварда мерасонанд. Омӯзиши баъзе соҳаҳои физикӣ ба омӯзиши дигар соҳаҳо мусоидат мекунад. Масалан, қувваҳои ҷозибаи умумиҷаҳонӣ, қувваҳои магнитӣ, электрикӣ — ҳамаи онҳо мутаносибан ба квадрати масофа аз манбаи худ баръакс тағйир меёбанд; дифузия дар маҳлулҳо мувофиқи қонунҳои умумӣ бо паҳншавии гармӣ дар муҳити гуногун ба амал меояд; намуди хатҳои магнитии қувва ба тасвири ҷараёнҳои моеъ дар атрофи монеаҳо ва ғайра шабоҳат доранд.

Асоси математикии назарияи майдон чунин мафҳумҳо ба монанди градиент, ҷараён, потенсиал, дивергенсия, ротор, гардиш ва ғайра мебошанд. Ин мафҳумҳо дар азхудкунии ғояҳои асосии таҳлили математикии функсияҳои бисёртағирёбанда низ муҳиманд.

Тасаввур кунед, ки шумо мехоҳед тақсимоти ҳарорати ҳаворо дар ҳуҷра омӯзед. Барои ин, шумо термометрҳоро дар атрофи ҳуҷра ҷойгир мекунед ва ҳар яки онҳо ҳароратро дар нуқтаи худ нишон медиҳанд.

**Майдони скалярӣ**:

Ҳароратро дар ҳар як нуқтаи ҳуҷра тавсиф мекунад. Ҳар як нуқтаро бо як рақам (ҳарорат) мепайвандад.

Мисол: Харитае, ки дар он ҳарорат дар ҳар як нуқта бо ранг нишон дода шудааст. Ба ҷои ҳарорат, шумо метавонед ҳама чизро чен кунед: фишор, зичӣ, потенсиали электрикии – ҳамаи инҳо намунаҳои майдонҳои скалярӣ мебошанд.

Акнун тасаввур кунед, ки шумо мехоҳед ҳаракати шамолро дар як ҳуҷра омӯзед.

**Майдони векторӣ:**

Самт ва қувваи шамолро дар ҳар як нуқтаи ҳуҷра тавсиф мекунад. Ҳар як нуқтаро бо як вектор мепайвандад, ки самт ва қувваи шамолро нишон медиҳад.

**Мисол:** Харита бо тирҳои гуногунранг, ки дар он дарозӣ ва самти тир суръат ва самти шамолро дар ҳар як нуқта нишон медиҳад. Майдонҳои векторӣ барои тавсифи миқдорҳо ба монанди вазнинӣ, суръати ҷараёни моеъ, майдони магнитӣ ва ғайра истифода мешаванд.

**Майдони скалярӣ: Ҳар як нуқтаи фазоро бо як рақам мепайвандад.**

**Майдони векторӣ: Ҳар як нуқтаи фазоро бо як вектор мепайвандад.**

**Майдонҳо** – як воситаи пурқувват барои омӯзиши падидаҳои гуногуни математика, физика, муҳандисӣ ва дигар илмҳо мебошад.

Агар функсияи элементҳои назарияи майдон аз вақт вобаста набошад, он гоҳ майдони скалярӣ (вектор) статсионарӣ (ё устувор) номида мешавад; майдоне, ки бо мурури замон тағйир меёбад (масалан, майдони скалярии ҳарорат ҳангоми хунук шудани бадан тағйир меёбад) ғайристатсионарӣ (ё ноустувор) номида мешавад.

Ба омӯзиши хосиятҳои майдонҳо бисёр масъалаҳои физика, электротехника, мубодилаи гармӣ, математика, механика, назарияи филтркунӣ, гидродинамика ва бисёр дигар фанҳои техникӣ оварда мерасонанд. Математика хосиятҳои умумӣ ва хусусиятҳои хоси майдонҳо пайдоиши гуногунро меомӯзад. Дар фазо майдони ягон бузургӣ дода мешавад, агар дар ҳар нуқтаи фазо (ё қисми он) арзиши ин бузургӣ муайян карда шавад. Масалан, ҳангоми омӯзиши ҷараёни газ якчанд майдонҳоро омӯхтан лозим аст: майдони ҳарорат, майдони фишор, майдони суръат. Инҳо майдонҳои скалярӣ ва векторӣ мебошанд.

Майдони бузургии -ро статсионарӣ ё муқарраршуда меноманд, агар аз вақт вобаста набошад. Дар акси ҳол, майдон ноустувор ё номуайян номида мешавад.

**Майдони скалярӣ**

Бигзор як минтақаи ҳавопаймо ё фазо бошад. Агар дар ҳар нуқтаи бузургии скалярӣ муайян карда шавад, пас мегӯянд, ки дар минтақаи майдони скалярӣ дода шудааст.

Одатан, майдон бо истифода аз функсияи якчанд тағйирёбандаҳои , ки функсияи скалярӣ номида мешавад, дода мешавад. Дар фазо бо координатаҳои декартии ; дода мешавад.

Мисоли майдони скалярӣ метавонад майдони ҳарорати объект, майдони потенсиали барқӣ бошад.

Хусусиятҳои майдонҳои скалярро бо ёрии сатҳҳо ва хатҳои ҳамвор ба таври визуалӣ омӯхтан мумкин аст.

Сатҳи майдоне, ки маркази онҳо дар оғози координатҳо аст иборат мебошад: скалярӣ аз маҷмӯи нуқтаҳое иборат аст, ки дар онҳо функсия арзиши доимӣ мегирад:

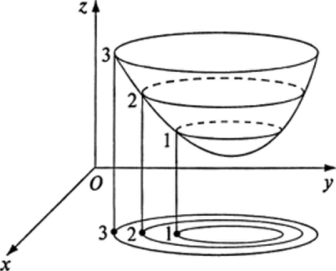
Масалан, барои майдони скалярӣ, ки аз функсияи се тағйирёбандаи ташкил шудааст, сатҳи ҳамвор аз бисёр соҳаҳои консентралӣ

Ҳарду қисми баробариро ба квадрат бардошта, баробарии зеринро ҳосил мекунем:

Дар майдони скалярӣ хатҳои ҳамвориро каҷхатта меноманд, ки дар онҳо майдон арзиши доимии

-ро мегирад.

Дар расми 1 хатҳои сатҳи ҳамвории ва проексияи онҳо ба ҳамвории тасвир шудаанд:



Расми 1.

Хатҳои сатҳи ҳамвории ва проексияҳои онҳо ба ҳамвории уфуқӣ

Истилоҳи "хатҳои сатҳ" аз харитасозӣ гирифта шудааст, ки дар он хатҳои сатҳ хатҳое мебошанд, ки дар онҳо баландии нуқтаҳои сатҳи замин аз сатҳи баҳр доимӣ аст. Онҳоро барои доварӣ кардани табиати замин истифода бурдан мумкин аст. Агар мо дар муодилаи (2) арзишҳои доимиро гирем, ки прогрессияи арифметикиро ташкил медиҳанд, мо як қатор хатҳои сатҳро ба даст меорем, ки тавассути онҳо шакли сатҳро доварӣ карда метавонем. (расми 1)

* 1. **Ҳосила аз рӯи самт. Маънои физикавӣ ва геометрии градиент**

**Ҳосила аз рӯи самт ва маънои физикии ҳосила аз рӯи самт.** Ҳосила аз рӯи самт консепсияи таҳлили векторие мебошад, ки ба мо имкон медиҳад, тағйироти як функсияи скалярӣ ё векториро дар дарозои самти муайяншуда дар фазо андоза кунем. Ин дар физика ва механика маънои васеъ дорад ва дар дигар соҳаҳо барои таҳлил ва моделсозии гуногуншакли ходисаҳо истифода мешавад.

Барои тавсифи суръати тағйирёбии майдони дар нуқтаи дар самти додаи мафҳуми ҳосилаи самтнок ворид карда мешавад.

Бигзор вектори воҳид бошад, ки аз нуқтаи сарчашма мегирад. Ба воситаи нуқтаи хати ростеро мегузорем, ки бо вектори рост меояд ва ба самти вектори нуқтаи -ро дар хати рост мегирем. Афзоиши функсияи , ки ҳангоми гузаштан аз нуқтаи ба нуқтаи ба амал меояд, ҳамчун баробарии зерин муайян карда мешавад.

Ҳосилаи самт тағйирёбии майдонро дар нуқтаи самти додашуда тавсиф мекунад. Агар ҳосила мусбат бошад, пас майдон дар самти додашуда меафзояд, агар ҳосила манфӣ бошад майдон дар самти додашуда кам мешавад.

Маънои физикии ҳосила аз рӯи самтдар он аст, ки он ба суръати фаврии тағйирёбии майдон дар нуқтаи аз рӯи самти баробар аст.

Дар ҳолати майдони ҳамвор:

ва формула (4) намуди зеринро мегирад:

**Мисоли 1.** Ҳосилаи функсияи -ро дар нуқтаи аз рӯи самти вектори пайдо кунед.

Ҳал. Вектори яклухт аст, чунки , аз ин рӯ

Функсияҳои ҳосилаҳои хусусиро дар нуқтаи ҳисоб мекунем.

Аз рӯи формулаи (4) мо натиҷаи зеринро мегирем:

**Мисоли 2.** Ҳосилаи функсияи -ро дар нуқтаи ба самти вектори , ки дар он нуқта бо координатаҳои (3,0) аст, ёбед.

Ҳал. Биёед вектори , ки дорои самти додашуда аст ёбем:

Ҳосилаҳои функсияро дар нуқтаи ҳисоб мекунем:

Бо истифода аз формулаи (5) натиҷаи зеринро мегирем:

**Градиенти майдони скалярӣ**

Градиенти майдони скалярӣ майдони векторие мебошад, ки аз функсияи скалярӣ бо роҳи ҳисоб кардани ҳосилаи он аз рӯи координатаҳо ба даст оварда мешавад. Дар асл, градиенти майдони скалярӣ ба самти тағйироти калонтарини функсия дар ҳар нуқтаи фазо ва шиддати он ишора мекунад. Градиент (аз лотинии Gradiens — рафтуомад) хусусиятест, ки самти тезтар афзудани миқдори муайянро нишон медиҳад, ки арзиши он аз як нуқтаи фазо ба нуқтаи дигар тағйир меёбад. Масалан, агар мо баландии сатҳи Заминро аз сатхи баҳр гирем, пас градиенти он дар ҳар як нуқтаи руи замин самти «боло»-ро нишон медиҳад. Градиент функсияи векторӣ ва миқдори он функсияи скалярӣ мебошад. Мафҳуми градиенти майдонҳои физикии гуногун истифода мешавад. Масалан, градиенти консентратсия – зиёд ё камшавии консентратсияи моддаҳои ҳалшуда дар ҳама гуна самт, градиенти ҳарорат – баланд ё паст шудани ҳарорати муҳити атроф дар самти ҳарорати миёна ва ғайра.

**Градиенти** функсияи дар нуқтаи векторе, ки бо ишора шуда, бо формулаи зерин муайян карда мешавад:

Азбаски ҷузъҳои градиент ҳосилаҳои қисман мебошанд, ба даст овардани хосиятҳои зерини градиент, ки аз хосиятҳои амалиёти дифференсионӣ бармеоянд, душвор нест:

**Муносибати градиент ва ҳосила аз рӯи самт. Маънои физикии градиент**

Бо истифода аз формулаҳои (4) ва (6) ҳосилаи самти функсияро дар нуқтаи дар шакли ҳосили скалярии градиенти функсия ва вектори воҳидии ифода мекунем:

Ҳосили функсия нисбат ба самт ба проекцияи вектори градиенти функсия ба ин самт баробар аст.

Азбаски вектори воҳид аст ва бо истифода аз таърифи ҳосилаи скалярӣ, формулаи (8)-ро ба шакли зерин табдил медиҳем:

Дар ин ҷо кунҷи байни векторҳои ва мебошад.

Аз баробарии охирин чунин бармеояд, ки ҳосилаи функсия нисбат ба самт дар арзиши бештар дорад, яъне дар самти градиенти функсия, ин маънои физикии градиенти функсияро дар назар дорад. Қимати суръати максималии афзоиши функсия дар нуқтаи додашуда ба модули градиент баробар аст ва бо формулаи зерин муайян карда мешавад:

**Мисоли 3.** Суръати баландтарини афзоиши функсияи -ро дар нуқтаи ёбед.

**Ҳал**. Суръати бузургтарини афзоиши функсия модули градиенти он мебошад. Мувофиқи формулаи (4):

Қимати градиенти функсияро дар нуқтаи M меёбем:

Суръати баландтарини афзоиши функсия баробар аст ба

**Маънои геометрии градиент**

Аз нуқтаи назари геометрӣ градиент метавонад, ҳамчун векторе дар назар гирифта шавад, ки дар ҳар нуқта ба сатҳи баробари функсияи скалярӣ перпендикуляр аст. Сатҳи баробари ин макони геометрияи нуқтаҳо дар фазо аст, ки дар он арзиши функсия доимӣ мемонад. Самти градиент самти афзоиши калонтарини функсияро нишон медиҳад ва бузургии он ба суръати тағйирёбии функсия дар ин самт мувофиқат мекунад. Асосан маънои геометрии градиент метавонад ҳамчун "самти баландшавии максималӣ" тасаввур карда шавад. Масалан, агар функсияро ҳамчун манзараи табиӣ тасвир кунем, пас градиент ба самте ишора мекунад, ки болоравии он нишебтарин аст.

Хатҳои сатҳи майдони скалярии хамворро дида мебароем (2). Градиенти функсия дар нуқта ба хати сатҳи он, ки аз ин нуқта мегузарад, перпендикуляр аст, яъне ба хати сатҳи муқаррарӣ равона карда шудааст. Дар ҳақиқат, баробарии (2) -ро дифференсиронида, дар нуқтаҳои хати сатҳ -ро ҳосил мекунем, пас аз формулаи (9) чунин бармеояд, ки .

Модули градиент суръати максималии тағйирёбии функсияро дар наздикии нуқта, яъне басомади хатҳои сатҳро нишон медиҳад.

Масалан, хатҳои баландӣ дар харитаҳои типографӣ бо модули градиентӣ нишебӣ ё болоравиро дар нуқтаи додашуда нишон медиҳанд. Дар мавриди майдони фазоӣ градиенти функсия ба сатҳи ҳамвории нормал ба самти афзоиши функсия равона карда мешавад.

* 1. **Оператори Ҳамилтон**

Оператори Ҳамилтон - ин оператори математикӣ мебошад, ки дар физика бениҳоят вусъати баланд дорад, хусусан дар механикаи квантӣ. Одатан он бо ҳарфи H ишора карда мешавад ва оператори энергияи системаро дар бар мегирад. Дар механикаи классикӣ, ки он аввалин маротиба аз тарафи Уилям Раушенбах Ҳамилтон ворид шуда буд, оператори Ҳамилтон ҳамчун ҷамъи энергияи кинетикӣ ва потенсиалии назарияи система муайян карда шудааст.

Дар механикаи квантӣ, оператори Ҳамилтон нақши калидиро дар тенгсари Шредингер бозӣ мекунад, ки эволютсияи системаи квантӣ дар давоми замонро тасвир мекунад. Ин муодила имкон медиҳад, ки ҳолати система ва сатҳҳои энергетикии онро пешгӯӣ кунад.

Шакли оператори Ҳамилтон вобаста ба системаи хосу вобаста буда, энергияи кинетикии зарраҳо ва энергияи потенсиалиро, ки дар система муошират мекунанд, дар бар мегирад.

Амалиёти дифференсиалиро бо ёрии оператори Ҳамилтон муаррифӣ кардан қулай аст:

Оператори ҳамчун вектори рамзӣ бо координатаҳои баррасӣ карда мешавад ва амалиёт бо он тибқи қоидаҳои алгебраи векторӣ гузаронида мешавад.

Агар функсияи скалярӣ бошад, пас амали оператори ба ин функсия градиенти онро медиҳад:

Градиенти майдон дорои хосиятҳои дифференсиалии зерин мебошад, ки бо истифодаи қоидаҳои маъмулии дифференсиронӣ ба осонӣ исбот карда мешаванд:

1. ,

ё ;

1. , ё ;
2. , ё

;

1. ,

ё ,

**Хулосаи боби якум**

Хулоса, омӯзиши назарияи майдон ва татбиқи он роҳи муҳим ва ояндадори рушди ҳам дар соҳаи илм ва ҳам дар соҳаи муҳандисӣ мебошад. Назарияи майдон ба мо кӯмак мекунад, ки принсипҳои асосии бисёр падидаҳои физикиро аз зарраҳои элементарӣ то равандҳои космологӣ фаҳмем. Ин ба шумо имкон медиҳад, ки моделҳои дақиқтар ва мукаммалтари табиатро созед.

Ин кори илмӣ ба шумо имкон медиҳад, ки назарияи майдонҳо ва татбиқҳои онро чуқуртар дарк карда, дастгоҳҳо ва усулҳои самараноктар ва инноватсиониро эҷод кунед. Назарияи майдонҳо дар таҳқиқотҳои илмии муосир нақши калидӣ мебозад, кашфиётҳо дар ин соҳа метавонанд ба кашфиётҳои инқилобӣ ва технологияҳои нав оварда расонанд. Бисёре аз технологияҳои муосир, аз қабили электроника, телекоммуникатсия, ташхиси тиббӣ ва табобат ба принсипҳои аз назарияи соҳа гирифташуда асос ёфтаанд.

Назарияи майдон воситаи тавонои омузиши табиати таъсири мутакобила ва ходисаҳои фундаменталии илм ва техника мебошад. Татбиқи он доираи васеи фанҳоро аз математика ва физикаи фундаменталӣ то илмҳои амалии дигарро фаро мегирад, ки онро ба яке аз соҳаҳои асосии афкори илмии муосир табдил медиҳад.

**БОБИ II. МАЙДОНҲОИ ВЕКТОРӢ ВА ТАТБИҚИ ОНҲО**

**2.1. Майдони векторӣ ва хатҳои векторӣ**

Майдони векторӣ объекти математикӣ мебошад, ки ҳар як нуқта фазоро бо вектор мепайвандад. Ҳар як вектор дар майдон як миқдори физикӣ мебошад, ки метавонад аз нуқта ба нуқта тағйир ёбад. Масалан, суръати моеъ дар ҳар як нуқтаи фазо, шиддат дар майдони электрикӣ ё қувваи майдони магнитӣ ҳамаи онҳо метавонанд бо майдонҳои векторӣ ифода карда шаванд.

Агар ба ҳар нуқтаи фазо вектори мувофиқ гузошта шавад, пас мегӯянд, ки майдони векторӣ дода шудааст.

Намунаҳои майдонҳои векторӣ метавонанд, майдони суръати зарраҳои моеъи ҳаракаткунанда, майдони қувва, майдони шиддати барқӣ, майдони қувваҳои ҷалбкунанда бошанд.

Дар системаи координатҳои декартӣ майдони векторӣ метавонад дар шакли зерин бошанд:

Функсияҳои скалярӣ бешубҳа майдони векториро муайян мекунанд. Майдони векторӣ метавонад ҳамвор бошад, Дар ин ҳолат мешавад.

**Мисоли 4.** Майдони вектории суръати -и нуқтаҳои ҷисми сахт, ки бо суръати доимии кунҷии дар атрофи меҳвари давр мезанад, муайян кунед.

**Ҳал.** Суръати дар нуқтаи ба ҳосили зарби вектории радиус − вектори нуқтаи -и ҷисми гардишкунанда нисбат ба ягон нуқтаи меҳвари гардиш баробар аст. Ин нуқтаи статсионариро ҳамчун оғози координатҳо қабул мекунем.

Хусусияти геометрии майдонҳои векторӣ хатҳои векторӣ (хатҳои ҷараён) мебошанд, ки имкон медиҳанд, майдонҳои векториро ба таври намоён нишон диҳад.

**Хатҳои векторӣ**

Хатҳои векторӣ – каҷхаттаҳое мебошанд, ки дар ҳар нуқтаи онҳо вектори ҳамчун вектори дахлдор мебошад. Барои майдонҳои мушаххас, ин мафҳум маънои физикавӣ дорад. Масалан, дар майдони суръати моеъи ҷорӣ хатҳои векторӣ хатҳое хоҳанд буд, ки дар онҳо зарраҳои моеъ (хатҳои ҷараён) ҳаракат мекунанд, барои майдони магнитӣ хатҳои векторӣ хатҳо қуввае хоҳанд буд, ки аз қутби шимолӣ ба қутби ҷанубӣ мегузаранд. Аз ҳар як нуқта як хати ҷараён мегузарад. Дар координатаҳои декартӣ муодилаҳои дифференсиалии хатҳои векторӣ чунин мебошанд:

**Мисоли 5.** Хатҳои вектории майдони суръати хати ҷисмро, ки бо суръати доимии дар атрофи тири давр мезанад, ёбед.

Ин майдонро вектори муайян мекунад (ниг. мисоли қаблӣ). Мувофиқи формулаи (13) натиҷаи зерро ҳосил мекунем:

Бо интегронӣ, мо ба даст меорем:

Хатҳои вектории майдони суръати нуқтаҳои ҷисм, ки бо суръати доимии кунҷӣ дар атрофи меҳвари Oz гардиш мекунанд, доираҳо бо марказҳо дар ин меҳвар мебошанд. Онҳо дар ҳамвориҳо ба меҳвари гардиш перпендикуляр ҷойгиранд.

**2.2. Ҷараён ва дивергенсияи майдони векторӣ**

**Ҷараёни майдони векторӣ**

Майдони векторӣ бо формулаи

дода шавад. Барои равшанӣ, мо онро ҳамчун майдони суръати ҷараёни моеъ баррасӣ хоҳем кард. Сатҳи нигаронидашудаи S-ро бо муқаррарии дида мебароем, ки дар ҷараён ва моеъи интиқолдиҳанда ҷойгир аст. Биёед бифаҳмем, ки аз сатҳи S чӣ қадар моеъ мегузарад.

Сатҳи S-ро ба минтақаҳои элементарии тақсим кунем, дар ҳар як нуқта - нормаи майдони ин нуқтаро интихоб мекунад. Шумо метавонед ҳар як нуқтаро дар ҳамворӣ тақрибан ҳисоб кунед, ва вектори дар қимати мутлақ доимист ва дар ҳар нуқтаи ҳамворӣ якхела аст. Мо микдори умумии моеъеро, ки дар тамоми сатҳи S дар як воҳиди вақт ҷорӣ мешавад, бо роҳи ҳисоб кардани сумма пайдо мекунем:

Арзиши дақиқро бо гузариши лимити сумма бо афзоиши бемаҳдуди шумораи майдончаҳои элементарӣ ва ҳангоми ба сифр расидани диаметри онҳо ба даст меорем:

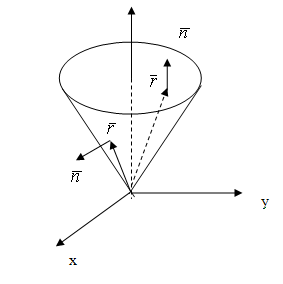
Новобаста аз маънои физикии вектор, интеграли бадастомадаро ҷараёни майдони векторӣ меноманд.

**Ҷараёни майдони вектории** тавассути сатҳи равонашудаи интеграли сатҳии навъи якум аз рӯи майдони сатҳ номида мешавад:

Бо ифодаи ҳосили скалярӣ тавассути координатаҳои векторҳо, мо шакли дигарро ба назар мегирем:

Бо истифода аз алоқаи интегралҳои сатҳии навъи якум ва дуюм, ҷараёни майдони векторӣ метавонад дар шакли координатӣ навишта шавад:

Бояд қайд кард, ки ҷараёни майдони векторӣ бузургии скалярӣ мебошад. Андозаи он ба ҳаҷми моеъе баробар аст, ки дар як воҳиди вақт аз рӯи замин мегузарад. Ин маънои физикии ҷараёни майдонро дорад.



Расми-2

Дар ин ҳолат, нормали беруна ба сатҳи S ҳамчун самти мусбати нормал гирифта мешавад ва сухан дар бораи ҷараёни дохили сатҳ меравад. Андозаи ҷараён фарқи байни миқдори моеъро, ки аз минтақаи V берун меояд ва дар як воҳиди вақт ба он ворид мешавад, медиҳад. Дар ин ҳолат, агар арзиши ҷараён мусбат бошад, Π > 0, пас аз минтақаи V моеъ бештар аз он ҷорӣ мешавад, яъне, дар дохили минтақа манбаъҳои иловагӣ мавҷуданд. Агар арзиши ҷараён манфӣ бошад, Π < 0, пас дар дохили минтақаи V ҷараёни моеъ мавҷуд аст. Дар ҳолати дар минтақа манбаъҳо мавҷуд нестанд ё онҳо бо обкашӣ ҷуброн карда мешаванд. Агар арзиши ҷараён манфӣ бошад, Π < 0, пас дар дохили минтақаи V ҷараёни моеъ мавҷуд аст. Дар дар минтақа манбаъҳо мавҷуд нестанд ё онҳо бо обкашӣ ҷуброн карда мешаванд.

**Мисоли 6.** Ҷараёни радиус-вектори -ро тавассути тарафи берунии сатҳи конуси рост бо қулла дар оғози координатҳо муайян кунед. Баландии конус - радиуси асоси конус

Ҳал. Мувофиқи формулаи (14) ҳосил мекунем:

Ҷараёни радиус-вектори нуқтаҳои сатҳи канории конус ба сифр баробар аст, зеро ва функсияи зеринтегралӣ ба сифр табдил меёбад:

Мо ҷараёни майдонро тавассути асоси конус ҳисоб мекунем. Функсияи зеринтегралӣ дар ин ҳолат проексияи радиус-вектор ба нормал, яъне баландии конус мавҷуд аст:

Дар охир ҳосил мекунем:

**Дивергенсияи майдони векторӣ**

Хусусияти муҳими майдони векторӣ дивергенсия мебошад, ки тақсимот ва шиддати манбаъҳо ва резиши майдонро тавсиф мекунад.

Дивергенсияи майдони векторӣ

дар нуқтаи М бузургии скалярӣ номида мешавад:

(Аҳамият диҳед, ки сабт бо истифода аз оператори nabla(набла) то чӣ андоза беҳтар аст).

Бо истифода аз мафҳумҳои ҷараён ва дивергенсияи майдони векторӣ, формулаи маъруфи Остроградский-Гауссро дар анализи математикӣ чунин менависем:

Бо назардошти минтақаи сеҷонибаи , ки бо сатҳи бастаи маҳдуд аст, дар майдони вектории , метавон гуфт, ки қисми чапи формула (18) ҷараёни векториро тавассути сатҳи ва қисми рост дивергенсияи онро ифода мекунад. Аз ин рӯ, формулаи (18) - ро дар шакли векторӣ менависем:

Формулаи Остроградский Гаусс маънои онро дорад, ки ҷараёни майдони векторӣ тавассути сатҳи баста дар самти нормали беруна ба интеграли дивергенсияи майдон аз рӯи ҳаҷми бо ин сатҳ маҳдудшуда баробар аст.

Бо истифода аз формулаи (19) ва назарияи қимати миёна, нишон додани он, ки дар ҳар нуқтаи М баробарӣ иҷро мешавад, душвор нест:

Дар асоси формулаи (20) метавон таърифи дигари дивергенсияро, ки ба ин таърифи пештара баробар аст, дод.

**Дивергенсияи майдони векторӣ** дар нуқтаи М маҳдудияти таносуби ҷараёни вектор тавассути сатҳи атрофи нуқтаи М ба ҳаҷми минтақаи бо ин сатҳ маҳдудшуда мебошад.

Азбаски ҷараён ва ҳаҷм аз интихоби системаи координатҳо вобаста нестанд, дивергенсия низ аз интихоби системаи координатҳо вобаста нест.

Мо бо формулаи (20) маънои ҷисмонии дивергенсияро мефаҳмем.

Аз рӯи маънои физикии ҷараён, метавон гуфт, ки дар нуқтаи М манбаъ аст, дар нуқтаи М ҷараёни камшавиро ифода мекунад. Ҳамин тариқ, дивергенсия зичии манбаъ ё ҷараёнро дар нуқта тавсиф мекунад. Агар дар ҳаҷми маҳдуд бо сатҳи пӯшида манбаъҳо ва ҷараёнҳо мавҷуд набошанд, пас .

**Мисоли 7**. Дивергенсияи майдони суръати хати ҷисми сахтро, ки бо суръати доимии дар атрофи меҳвари давр мезанад, муайян кунед.

**Ҳал**. Ин майдон бо вектори муайян карда шудааст (ниг.мисоли 4). Аз рӯи формулаи (17) ҳосил мекунем:

**Хулосаи боби дуюм**

Аз боби мазкур чунин хулос бармеояд, ки назарияи майдонҳо як соҳаи бунёдии математика ва физикаи муосир мебошад, ки рафтори майдонҳоро дар фазо ва вақт меомӯзад. Майдонҳо метавонанд, табиати гуногун дошта бошанд: аз электромагнитӣ ва гравитатсионӣ то майдони зарраҳои хурд.

Эволюцияи назарияи майдон. Идеяҳои назарияи майдон аз асарҳои Архимед ва Арасту, ки аввалин шуда мафҳуми майдонро пешниҳод кардаанд, сар карда, решаҳои кадим доранд. Бо вуҷуди ин, таҳияи муосири назарияи майдон дар асри XIX бо рушди электродинамика ва магнитизм оғоз ёфт. Як нуқтаи муҳими рушди назарияи майдон ин умумисозии Нютон ба майдони вектории қутбӣ ва фарзияи мавҷудияти майдони электромагнитӣ буд.

**БОБИ III. МАЙДОНҲОИ ПОТЕНСИАЛӢ ВА ГАРМОНИКӢ**

**3.1. Гардиш ва ротори майдони векторӣ. Формулаи Стокс**

**Гардиши майдони векторӣ**

Бигзор дар системаи координатҳои декартӣ дар ягон минтақа майдони векторӣ дода шавад:

каҷхаттаи L қисман ҳамвор аст, ки дар ин минтақа ҷойгир аст.

Бигзор радиуси вектори нуқтаи М дар контури бошад.

Маълум аст, ки вектори бо роҳи тангенс ба каҷ дар самти канори он равона карда шудааст, дар ҳоле ки , ки дар он дифференсиали камони каҷ аст:

**Гардиш**и майдони вектории дар тӯли каҷкунии интеграли каҷкунии маҳсули скалярӣ векторҳои :

Дар майдони қувва гардиш маънои оддии физикӣ дорад, он кори майдони қувваро ҳангоми ҳаракати нуқтаи моддӣ дар тӯли роҳи фода мекунад.

**Мисоли 8.** Гардиши вектори майдони суръати хати ҷисми гардишкунандаро дар тӯли каҷкураи пӯшидаи L, ки дар ҳамвории перпендикулярии меҳвари гардиш ҷойгир аст, ёбед.

Ҳал. Ин майдон бо вектори муайян карда шудааст (ниг.мисоли 4). Аз рӯи формулаи (21) ҳосил мекунем:

ки дар инҷо S майдони сатҳи бо каҷкураи L маҳдуд аст.

**Ротори майдони векторӣ. Формулаи Стокс**

Ротори майдони вектории вектори номида мешавад, ки бо баробарии зерин ифода карда мешавад:

Формулаи (22) метавонад дар шакли дигар навишта шавад:

Муайян кардани ротори майдони векторӣ бо ёрии оператори набла ба таври мукаммалтар навишта мешавад:

Ротори майдони векторӣ аз интихоби системаи координатҳо вобаста нест.

Бо ёрии мафҳумҳои гардиш ва ротор формулаи Стоксро менависем:

Ин формула ба таври мукаммалтар дар шакли векторӣ ва инчунин бо истифода аз оператори қаблӣ навишта мешавад:





Ҳамин тариқ, гардиши майдони вектории дар тӯли контури бастаи ба ҷараёни ротори ин майдони векторӣ тавассути сатҳи S , ки бо контури маҳдуд аст, баробар аст.

**Мисол:** Агар бошад:

**Мисоли 9.** Ротори майдони суръати ҷисми сахтро, ки бо суръати доимии дар атрофи меҳвари *Оz* давр мезанад, ҳисоб кунед.

Ин майдон бо вектори муайян карда шудааст (ниг.мисоли 4). Бо истифода аз таърифи ротор, мо ҳосил мекунем:

**3.2. Майдони потенсиалӣ ва гармоникӣ**

**Майдони потенсиалӣ**

**Майдони вектории потенсиалӣ номида мешавад**, агар чунин функсияи вуҷуд дошта бошад, ки . Майдони скалярӣ потенсиали майдони вектории номида мешавад. Намунаи чунин мувофиқат майдони барқӣ мебошад, ки шиддати он , мебошад, ки дар он потенсиали майдони барқӣ мебошад.

Муайян кардани майдони потенсиалӣ метавонад ба таври дигар дода шавад. Майдони вектории потенсиалӣ номида мешавад, агар дар ҳамаи нуқтаҳои майдон ротори он ба сифр баробар бошад: .

Дар ҳақиқат, бигзор майдони скалярӣ дода шавад, ки потенсиали майдони вектории мебошад, ки функсияи он ду маротиба пайваста фарқ карда мешавад. Ёдовар мешавем, ки дар ин ҳолат ҳосилаҳои омехтаи хусусии дараҷаи дуюм аз тартиби фарқкунӣ вобаста нестанд.

Ҳисоб мекунем . Яъне, агар майдон потенсиалӣ бошад, пас роторӣ он ба сифр баробар аст: . Майдони потенсиалӣ инчунин бебориш, градиентӣ номида мешавад.

Хусусияти муҳими майдони потенсиалиро қайд мекунем. Гардиши майдони потенсиалии дар ҳар як контури пӯшида дар ин майдон ба сифр баробар аст. Ин аз формулаи Стокс бармеояд.

**Ҳисоб кардани потенсиали майдони векторӣ**

Агар мо боварӣ ҳосил кунем, ки майдони потенсиалӣ аст, яъне ротори он ба сифр баробар аст, пас потенсиали ин майдонро ҳисоб мекунем. Барои ин, интеграли каҷро дар майдони вектории додашуда дида мебароем: , ки дар он нуқтаҳои m ва n нуқтаҳои ибтидоӣ ва ниҳоии каҷхатта мебошанд.

дифференсиали пурраи функсияи мебошад.

Аз ин рӯ, аз хосиятҳои интеграли каҷхатта бармеояд, ки

Маънои формулаи гирифташуда дар он аст, ки кори майдон барои интиқоли нуқтаи моддӣ аз нуқтаи M ба нуқтаи N аз роҳи интегратсия вобаста нест, балки танҳо аз фарқияти потенсиалҳо дар нуқтаҳои ниҳоӣ ва ибтидоӣ вобаста аст. Барои ҳисоб кардани потенсиали майдон дар нуқтаи ихтиерии M нуқтаи ибтидоии N-ро интихоб мекунем, ки аз он ҳисобкуниро оғоз мекунем. Он гоҳ  *.* Азбаски интеграл аз роҳи интегралгирӣ вобаста нест, мо онро ба таври қулай интихоб мекунем: аввал параллелии меҳвари , сипас параллелии , ниҳоят параллелии . Бо ишора кардани ва

, мо ба даст меорем:

*(24)*

Аз ин ҷо:

Азбаски интихоби нуқтаи ибтидоӣ ихтиёрӣ аст, потенсиали майдон то як доимии ихтиёрӣ, ки бо мулоҳизаҳои физикӣ муайян карда мешавад, муайян карда мешавад.

**Мисоли 10.** Муайян кунед, ки оё майдони вектории

потенсиалӣ аст ва агар имконпазир бошад, потенсиали онро ёбед.

Ҳал. Мо ротори майдони векторро пайдо мекунем:

Азбаски ротори майдони векторӣ ба сифр баробар аст, майдони потенсиалӣ аст. Мо потенсиали майдони векторро аз рӯи формулаи (24) пайдо мекунем, ки ҳамчун нуқтаи ибтидои координатаҳоро интихоб карда, мегузорем.

**Эзоҳ дар бораи муайян кардани майдонҳои векторӣ**

Дар бисёр мушкилоти техникӣ аксар вақт масъалаҳо дар бораи муайян кардани майдони векторӣ аз рӯи ротори додашуда ва дивергенсияи ин майдон пайдо мешаванд. Дар курси физикаи математикӣ назарияи майдони векторӣ дар дохили минтақаи муайян, ки бо сатҳи пӯшида маҳдуд аст, муайян карда мешавад, агар ротор ва дивергенсияи майдон дар дохили минтақа дода шуда бошад ва дар сарҳади он ҷузъи муқаррарии вектори қисми тундрав муайян карда мешавад.

Мувофиқи ин теорема, ҳар як майдони векторӣ метавонад дар шакли суммаи қисмҳои тундрав ва потенсиалӣ ифода карда шавад.

**Майдони гармоникӣ**

Майдони вектории гармоникӣ номида мешавад, агар он ҳам потенсиалӣ ва ҳам соленоидӣ бошад.

Барои майдони вектории гармоникӣ, мувофиқи таъриф,

, иҷро карда мешавад.

Намунаи майдони гармоникӣ майдони суръати хати ҷараёни потенсиалии статсионарии моеъ мебошад, агар дар он манбаъҳо ва ҷараёнҳо мавҷуд набошанд.

Потенсиали майдони гармоникӣ муодилаи Лапласро қонеъ мекунад ва функсияи гармоникӣ мебошад. Дар асл, азбаски майдони гармоникӣ потенсиалӣ аст, потенсиали он вуҷуд дорад, ки намоиши -ро иҷозат медиҳад. Азбаски майдон ҳамзамон соленоидӣ аст, пас .

Баробарии охиринро бо истифода аз оператори Лаплас Δ навиштан мумкин аст:

Потенсиали майдони гармоникии функсияи гармоникӣ мебошад.

**3.3. Намунаи ҳалли мисолҳо оид ба назарияи майдонҳо**

**Мисоли 11.** Майдони скалярии дода шудааст. Ҳосилаи майдони ро дар нуқтаи аз рӯи самти вектори ёбед.

Вектор-градиентро меёбем:

Ҳамин тариқ мебошад, яъне майдони ба самти вектори камшаванда мебошад.

**Мисоли 12.** Майдони скалярии дода шудааст. Ҳосилаи майдони ро аз рӯи самти ёбед.

Ҳамин тариқмайдони ба самти вектори меафзояд.

**Мисоли 13.** Майдони скалярии дода шудааст. Ҳосилаи майдони ро дар нуқтаи аз рӯи самти вектори ёбед, ки бо меҳвари координатаҳои кунҷҳои ро ташкил медиҳанд.

Ҳамин тариқ мебошад ва майдони дар нуқтаи меафзояд.

**Мисоли 14.** Майдони скалярии дода шудааст. Ҳосилаи майдони ро дар нуқтаи дар самти ибтидои координатҳо ёбед.

Ҳамин тариқ мебошад ва майдони ба самти меафзояд.

**Мисоли 15.** Майдони скалярии дода шудааст. Самти афзоиши майдони ро дар нуқтаи ва инчунин худи суръати афзоиши баландтаринро ёбед.

Самти афзоиши калонтарини майдонро дар нуқтаи меёбем:

**Мисоли 16.** Майдони скалярии дода шудааст. Градиенти вектории майдони ро дар нуқтаи , инчунин модули онро ёбед.

Ҳамин тариқ, самти афзоиши босуръат ба ва худи суръат ба баробар аст.

**Мисоли 17.** Майдони скалярии дода шудааст. Градиенти вектории майдони ро дар нуқтаи ёбед.

Суръати афзоиши босуръати майдонро дар нуқтаи меёбем:

Ҳосилаи майдони скалярии ро дар нуқтаи ба самти вектори меёбем:

Ҳамин тариқ мебошад ва майдони афзуншаванда мебошад.

**Мисоли 18.** Майдони скалярии дода шудааст. Кунҷи байни градиентҳои майдони скалярииро дар нуқтаҳои ва ёбед.

Бо истифода аз формулаи ҳосилаи скалярӣ ҳосил мекунем:

Аз инҷо ро меёбем.

**Мисоли 19.** Майдони скалярии дода шудааст. Ҳосилаи майдони ро дар нуқтаи аз рӯи самти вектори   
 ёбед, ки агар бошад.

Аз бармеояд, ки майдони афзуншаванда мебошад.

**Мисоли 20.** Майдони скалярии дода шудааст. Ҷойгиршавии геометрии нуқтаҳоро ёбед, ки дар он модули градиенти майдон ба 3 баробар аст

Пас, ҷойгиршавии геометрии нуқтаҳои ҷустуҷӯшуда давраи

радиусаш 1 мебошад.

**Хулосаи боби сеюм**

Аз боби мазкур чунин хулоса бармеояд, ки пешрафти минбаъда дар назарияи майдон бо таҳияи назарияи умумии нисбият аз ҷониби Эйнштейн алоқаманд буд, ки майдони ҷозибаро ҳамчун каҷшавии фазо-вақт тавсиф мекунад. Пас аз он рушди механикаи квантӣ ба вуҷуд омад, ки боиси эҷоди назарияи майдони квантӣ гардид, ки таъсири мутақобилаи зарраҳои элементариро тавассути мубодилаи квантҳо тавсиф мекунад.

Усулҳои назарияи майдон дар бисёр соҳаҳои физика ва техника истифода мешаванд. Онҳо барои таҳлили майдонҳои электромагнитӣ дар электроника ва оптика, моделсозии мавҷҳои гравитатсионӣ дар астрофизика, инчунин барои тавсифи зарраҳои элементарӣ ва таъсири мутақобилаи онҳо дар физикаи фундаменталӣ истифода мешаванд.

**ХУЛОСА**

Кори илмӣ дар мавзӯи “Назарияи майдонҳо ва татбиқҳои он” якчанд хулосаҳои муҳимро ба бор меорад:

Сохторҳои абстрактӣ: назарияи майдон як қисми алгебра ва таҳлили абстрактӣ мебошад, ки воситаи пурқувват барои омӯзиши сохторҳои гуногуни математикӣ мебошад. Омӯзиши назарияи майдон барои фаҳмидани мафҳумҳои абстрактӣ, аз қабили гурӯҳҳо, маҷмӯҳо ва майдонҳо ва муносибати байни онҳо кӯмак мекунад.

Геометрияи дифференсиалӣ: сохторҳои берунӣ дар геометрияи дифференсиалӣ барои омӯзиши бисёркунҷаҳои ҳамвор, каҷхаттаҳо ва сатҳҳо васеъ истифода мешаванд. Градиентҳо, дивергенсияҳо ва роторҳо барои таҳлили майдонҳои векторӣ дар соҳаҳои гуногун истифода бурда мешаванд.

Назарияи квантӣ: дар механикаи квантӣ назарияи майдон барои тавсифи зарраҳои элементарӣ ва таъсири мутақобилаи онҳо истифода мешавад. Майдонҳои квантӣ қувваҳои бунёдии табиатро тавсиф мекунанд, ба монанди электромагнетизм, таъсири мутақобилаи қавӣ ва заифро дорад.

Анализи математикӣ: назарияи майдонҳо барои таҳлили функсияҳо ва хосиятҳои онҳо, ба монанди ҳамворӣ, конвергенсия ва дифференсиронӣ истифода бурда мешавад. Ин воситаҳо дар соҳаҳои гуногуни математика, аз ҷумла анализи математикӣ, назарияи эҳтимолият ва омори математикӣ истифода мешаванд.

Омӯзиши назарияи майдонҳо ҷанбаи калиди математика ва физикаи муосир мебошад ва дар соҳаҳои гуногуни илм ва техника васеъ истифода бурда мешавад. Дар ин матн мо хулосаҳои асосӣ ва татбиқи назарияи майдонро дида мебароем.

Назарияи майдон яке аз муҳимтарин унсурҳо дар математика ва физикаи муосир мебошад. Он ҳамкории объектҳои бунёдиро бо ёрии майдон тасвир мекунад, ки тамоми минтақаи фазоӣ-вақтиро фаро мегирад. Майдонҳо метавонанд табиати гуногун дошта бошанд, масалан, электромагнитӣ, гравитатсионӣ, квантӣ ва ғайра.

Яке аз истифодаи маъруфи назарияи майдон истифодаи он дар физикаи зарраҳои элементарӣ мебошад. Модели стандартии зарраҳои элементарӣ, ки муносибати байни зарраҳои бунёдиро тасвир мекунад, ба назарияи майдон асос ёфтааст. Ин модел имкон медиҳад, ки бисёр ҳодисаҳои дар озмоишҳо дар суръатдиҳандаҳои зарраҳо, мушоҳидашударо шарҳ диҳад ва ҳодисаҳои нави физикиро пешгӯӣ кунад.

Назарияи майдон инчунин дар физикаи назариявӣ барои таҳияи моделҳо ва назарияҳои нав, ки падидаҳои гуногунро шарҳ медиҳанд, истифода мешавад. Ин ба мо имкон медиҳад, ки фаҳмиши табиатро амиқтар кунем ва ҳудуди донишҳои илмиро васеъ кунем.

Омӯзиши назарияи майдон як қадами муҳим барои фаҳмидани қонунҳои бунёдии табиат ва татбиқи онҳо дар соҳаҳои гуногуни илм ва техника мебошад. Ин назария дар математика ва физикаи муосир нақши калидӣ дорад ва истифодаи васеи амалӣ дорад, ки омӯзиши онро барои донишҷӯен ва тадқиқотчиён зарур месозад.

Истифодаи васеи назарияи майдонро дар математика дар соҳаҳои алгебра, геометрия, физикаи математикӣ, муодилаҳои дифференсиалӣ, назарияи эҳтимолият, оптимизатсия ва бисёр дигар соҳаҳо мушоҳида кардан мумкин аст. Омӯзиши ин мавзӯъ ба амиқтар фаҳмидани сохтори объектҳои математикӣ ва робитаҳои байниҳамдигарии онҳо, инчунин васеъ кардани доираи истифодаи усулҳои математикӣ дар илм ва техника мусоидат мекунад.

**Фењристи адабиёт**

1. А.В. Погорелов - Геометрия, М. «Наука», 1983г., 288с.
2. Н.И. Привалов - Геометрияи аналитикї. Нашриёти маориф,Душанбе, с. 1969, 268с.
3. Н.Усмонов, Г.Ваxабов - Геометрия. Rисми 1. Душанбе, маориф, 1993.
4. С.В.Бахвалов - Аналитическая геометрия. Просвещение,1970.
5. Гос. издательство техническое - теоретический литературы, М. 1954, 240с.
6. Д.В. Клетеник - Сборник задач по аналитической геометрии.
7. М. Дадоxонова - Геометрияи аналитикї (рањнамои таълим), Хуxанд, с. 2002, 1008с.
8. Кострикин И.”Введение в алгебру” учебник. М. Наука. 1977, 495с
9. Курош Г. “Курс высший алгебры” учебник 2-е изд. Стереотип. М. Наука 1975.431с
10. Фадеев Д.К “Лекции по алгебре” учебник М.Наука. 1984. 415с
11. Проскуряков И.В. “Сборник задач по линейной алгебре” Учебное пособие. М. Наука1984 433с
12. Фадеев Д.К. Соминский И.С. “Сборник задач по высшей алгебре” учебное пособие М. 1977. 267с.
13. Виноградов И.М-Основы теории чисел. М.Наука 1981
14. Бухштат А.А-Теории чисел М. Просвещание. 1966, Хинчин а) Я.Цепные дроби. М. Наука 1978 123с
15. Шидловский А.Б Дисфантотовий приближение и трансендентные числа. М. 1982
16. Смирнов И.И. Курс высшей математики. –Т.1-4.-М.: Физматгиз, 1981. 403с
17. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. –Т. 1-3.-М.: Дрофа, 2003. 450с
18. Письменый Д.Т. Сборник задач по высшей математике.-Ч.1,2.-М.: Айрис-рпесс, 2004. 322с
19. Степанов В.В. Курс дифференциального уравнения.-М.: Физматгиз, 1958. 432с
20. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. –Ч.1. –М.: Высшая школа, 1986; - Ч. 2.-М.: Высшая школа, 1974. 544с